



一、貝他係數估計

(一)貝他係數 (beta; β)：

1. 定義：衡量個別證券相對於市場投資組合報酬率變動的敏感程度。若 $\beta > 1$ ，表示其為高系統風險的證券，當市場投資組合報酬率變動 1%，該證券報酬率將「同方向」變動「超過 1%」。

2. 公式：

(1) 個別證券之貝他係數：

$$\beta_i = \frac{\sigma_{im}}{\sigma_m^2} \text{ 或 } \beta_i = \rho_{im} \times \frac{\sigma_i}{\sigma_m}$$

(2) 投資組合之貝他係數：乃個別證券貝他係數之加權平均數貝他係數，即：

$$\beta_p = \sum_{i=1}^n W_i \times \beta_i$$

(二)市場模式與特性線：

1. 市場模式 (market model)：指藉由統計學上的迴歸分析以個別證券報酬率 (R_{it}) 為應變數，市場投資組合報酬率 (R_{mt}) 為自變數，利用最小平方方法求出樣本報酬率的迴歸方程式，其模式如下：

$$R_{it} = \alpha_i + \beta_i \times R_{mt} + \varepsilon_{it}$$

2. 特性線 (characteristic line)：將利用市場模式求算之迴歸方程式以圖形表示，下式中之 β 即利用最小平方方法所獲得的斜率項。

$$R_{it} = \hat{\alpha}_i + \hat{\beta}_i \times R_{mt}$$

$$\text{其中：} \hat{\beta}_i = \frac{\sigma_{im}}{\sigma_m^2} = \frac{\sum_{t=1}^n (R_{it} - \bar{R}_{it})(R_{mt} - \bar{R}_{mt})}{\sum_{t=1}^n (R_{mt} - \bar{R}_{mt})^2}$$

$$\hat{\alpha}_i = \bar{R}_{it} - \hat{\beta}_i \times \bar{R}_{mt}$$

上式中， $\bar{R}_{it}$ 為第 i 種證券在 n 期內的平均報酬率， $\bar{R}_{mt}$ 為市場投資組

合在 n 期內的平均報酬率， $\hat{\alpha}$ 與 $\hat{\beta}$ 分別表示特性線的截距項與斜率項。

3. 總風險與系統風險的關係：總風險 = 系統風險 + 非系統風險，即：

$$\sigma_p^2 = \beta_p^2 \times \sigma_m^2 + \sigma_{\varepsilon p}^2$$

若為完全多角化投資組合，因其非系統風險以充分分散了，僅留下系統風險部分，故其總風險將等於系統風險，即： $\sigma_p^2 = \beta_p^2 \times \sigma_m^2$ 。

二、資本資產訂價模式

(一) 證券市場線：

1. 資本資產訂價模式（CAPM）：描述證券的預期報酬率與其系統風險間的關係；系統風險愈高，則證券的預期報酬率也愈大；唯有承擔系統風險，才享有風險溢酬，而非系統風險由於可以充分分散之，故無法獲得風險溢酬。

2. 證券市場線方程式： $E(R_i) = R_f + [E(R_m) - R_f] \times \beta_i$

3. 證券市場線的涵義：

(1) 報酬率均等原則：當資本市場已達均衡時，具有相同系統風險的資產，其預期報酬率將趨於一致，最終都會落在證券市場線上，即不同的資產間若具有相同的 β ，亦須具有相同的預期報酬率，此稱為報酬率均等原則或單一價格法則（law of one price）。

(2) 證券的系統風險愈高，則其預期報酬率愈高。

4. 證券市場線變動的因素：

(1) 通貨膨脹：預期通貨膨脹率將會上升，無風險利率也會跟著增加，反應在證券市場線，將使整條線向上「平行移動」。

(2) 風險趨避程度：風險趨避程度提高時，其所要求額外的風險溢酬將使證券市場線變陡，但是縱座標的截距將不受影響。

(二) 比較資本市場線、證券市場線與特性線：

1. 資本市場線：衡量效率投資組合預期報酬率和總風險（標準差）間的關係，方程式如下：

$$E(R_p) = R_f + \left[\frac{E(R_m) - R_f}{\sigma_m} \right] \times \sigma_p$$

2. 證券市場線：衡量個別證券或投資組合預期報酬率和系統風險之間的關係，方程式如下：

$$\text{證券市場線：} E(R_i) = R_f + [E(R_m - R_f) \times \beta_i]$$

3. 特性線：依市場模式探討在一段較長的期間內個別資產報酬率與市場報酬率之間的關係，迴歸模式如下：

$$R_{it} = \hat{\alpha}_i + \hat{\beta}_i \times R_{mt}$$

三、套利訂價理論

(一) 套利投資組合：套利投資組合為一無風險、無投資成本且能賺取利潤的投資組合，其必須同時符合三個條件：套利的過程並不改變原先所承受的風險、無需額外資金的投入、可以創造正的報酬。

(二) 套利訂價理論：套利訂價理論（APT）提出多個風險因素來解釋證券的報酬率，即證券報酬率為多個因素的線性函數，又稱為多因子模式，方程式如下：

$$E(R_i) = R_f + \lambda_1 b_{i1} + \lambda_2 b_{i2} + \cdots + \lambda_n b_{in}$$

(三) 比較資本資產訂價模式與套利訂價理論：

1. 資本資產訂價模式屬於單一因素模式，套利訂價理論則為多個因素模式。
2. 資本資產訂價模式為套利訂價理論的「特例」，或說套利訂價理論為資本資產訂價模式的「一般式」。
3. 資本資產訂價模式是基於效用理論推導而來，套利訂價理論則是利用套利原理獲得。



範題 1

假設市場預期報酬率為16%，無風險利率為8%，而市場報酬率的標準差為20%。假設你有100萬元，而限定只能投資於市場與無風險資產。

(一)什麼樣的投資組合可以達到預期報酬率14%？

(二)這個投資組合的貝他（beta）為何？

（89普考）

Ans：

(一)令投資市場組合之權重為 W_1 ，投資無風險資產之權重為 W_2 。

$$E(R_p) = W_1 \times E(R_1) + W_2 \times E(R_2)$$

$$\text{故} \begin{cases} 14\% = 16\% \times W_1 + 8\% \times W_2 \\ W_1 + W_2 = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow W_1 = \frac{3}{4}, W_2 = \frac{1}{4}$$

$$(二) \beta_p = W_1 \beta_1 + W_2 \beta_2 = \frac{3}{4} \times 1 + \frac{1}{4} \times 0 = 0.75$$

範題 2

假設一完全多角化的投資組合X和Y有下列特性：

投資組合	預期報酬率	貝他值
X	16%	1.0
Y	14%	0.25

試建構一策略以創造無風險之獲利，且無風險利率為3%。

Ans：

本題完全多角化投資組合本身已無非系統風險，故僅需考量其系統風險部分！欲使投資組合之系統風險為0，即：

$$\begin{aligned}
 \beta_P &= \sum_{i=1}^n W_i \times \beta_i \\
 &= W_X \times \beta_X + W_Y \times \beta_Y \\
 &= W_X \times 1 + W_Y \times 0.25 = 0
 \end{aligned}$$

又權重相加應等於1，即 $W_X + W_Y = 1$

$$\text{可求算 } W_X = -\frac{1}{3}, \quad W_Y = \frac{4}{3}$$

$$\begin{aligned}
 E(R_P) &= W_X \times E(R_X) + W_Y \times E(R_Y) \\
 &= -\frac{1}{3} \times 16\% + \frac{4}{3} \times 14\% = \frac{40\%}{3}
 \end{aligned}$$

範題(3)

股票P的系統性風險（ β 值）為1.5，市場之風險貼水為5%。請計算：股票P之風險貼水（取至小數點第一位）。

Ans：

$$\text{風險溢酬} = [E(R_m) - R_f] \times \beta_P = 5\% \times 1.5 = 7.5\%$$

範題(4)

下列為乙公司的資料：

1. 市場報酬的變異數 = 0.044。

2. 乙公司的報酬和市場報酬的共變變數 = 0.064。

假設市場風險貼水為9.2%，預期國庫券的報酬率為4.7%。

(一) 請寫出證券市場線（security market line）的方程式。

(二) 乙公司的要求報酬率為多少？

（93地方政府特考）

Ans：

$$(一) E(R_i) = R_f + [E(R_m) - R_f] \times \beta_i = 0.047 + 0.092\beta_i$$

$$(二) \beta_2 = \frac{\sigma_{ZM}}{\sigma_M^2} = \frac{0.064}{0.044} = 1.4545$$

代入證券市場線方程式：

$$E(R_i) = 0.047 + 0.092\beta_i = 0.047 + 0.092 \times 1.4545 = 18.08\%$$